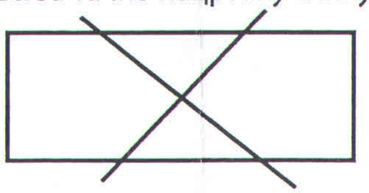
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА
IV РАЗЕД

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1. (**МЛ 46/1**) **20 бодова** за тачно нацртану слику.



2. (**МЛ 47/5**) 10 троуглова (8 малих (**5 бодова**) и 2 састављена од 4 мања троугла (**15 бодова**)).

3. (**МЛ 47/5**) У свакој кутији је 226 кликера (**5 бодова**). Петар је из једне кутије узео 240 : 3 = 80, а из друге 160 кликера (**10 бодова**). Према томе у једној је остало 226 – 80 = 146, а у другој 226 – 160 = 66 кликера (**5 бодова**).

4. 12345 – (13456 – 504 : 9 – 9876)
= 12345 – (13456 – 56 – 9876) (**5 бодова**)
= 12345 – 3524 = 8821. (**15 бодова**)

5. Како је 19 · 5 + 3 · 2 = 101, то је најмањи број новчића 19 + 3 = 22 (**10 бодова**). Како је 1 · 5 + 48 · 2 = 101, то је највећи број новчића 1 + 48 = 49 (**10 бодова**).

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА
III РАЗЕД

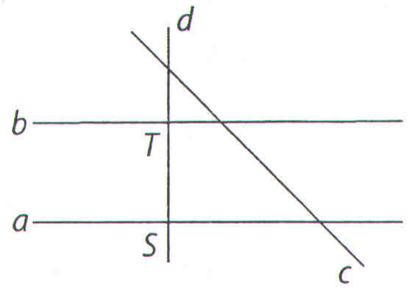
Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1. (**МЛ 47/2**) Замењујући цифру јединица 2 са цифром 9, добијени збир је увећао за 7, а замењујући цифру десетица 4 са цифром 7, добијени збир је увећао још за 30 (**10 бодова**). Према томе прави збир је мањи за 37 и једнак је 800 – 37 = 763 (**10 бодова**).

2. (**МЛ 47/5**) За прву кућицу потребно је 6 палидрваца. За сваку следећу кућицу потребно је додати још 5 палидрваца, па је за цео низ потребно 6 + 8 · 5 = 46 палидрваца (**20 бодова**).

3. (**МЛ 46/1**) Тражени непарни бројеви као последњу цифру морају имати 1 или 3 (**8 бодова**). Како је 4 = 1 + 3 + 0 и 4 = 1 + 2 + 1 то су тражени бројеви 103, 301, 121, 211 (за сваки тачан број по **3 бода**). (Бодовати максималним бројем бодова ако ученик само запише решења.)

4. (**МЛ 48/2**) а) **10 бодова** за тачно обележене све праве на слици.



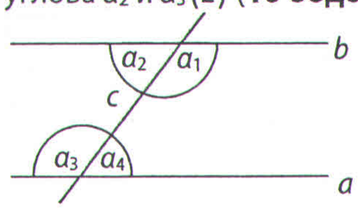
б) Праве *b* и *d* су нормалне (**10 бодова**).

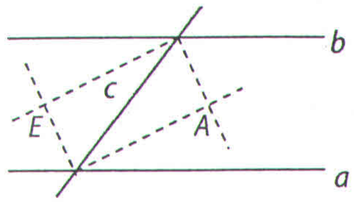
5. XCV, XCVI, XCVII, XCVIII, XCIX, C, CI, CII, CIII, CIV, CV. За сваки нетачно записан број **одузети по 2 бода**. (Ако је ученик тачно записао 1 или ниједан број бодовати са 0 бодова.)

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА – VI РАЗЕД

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1. (**МЛ 47/4**) Означимо углове као на слици лево. Како тражене тачке морају једнако бити удаљене од датих правих, налазиће се на симетралама углова чији су краци ове праве. Дакле, тачке одређујемо као пресеке симе-трала углова α_1 и α_4 (A) (**10 бодова**) као и углова α_2 и α_3 (E) (**10 бодова**).





2. (**МЛ 47/3**) $x = 2\frac{3}{8}$ (**8 бодова**), $y = -\frac{5}{8}$ (**8 бодова**) па је $y < x$ (**4 бода**).

3. (**МЛ 47/2**) Означимо меру траженог угла са x. Тада је мера њему комплементног угла $5x$, па важи $x + 5x = 90°$. Решавањем ове једначине израчунавамо да тражени угао има 15° (**20 бодова**).

4. Број 1000 при дељењу са 18 даје количник 55 и остатак 10, дакле недостаје му 8 да би био дељив са 18. Зато је најмањи четвороцифрени број дељив са 18 једнак 1008. Како тражени број мора да има све цифре различите то је тражени број 1008 + 18 = 1026 (**20 бодова**).

5. *Прво решење*: Означимо најмањи од тражених бројева са x. Тада је

$$x + (x+1) + (x+2) + \ldots + (x+50) = 51x + (1 + 2 + 3 + \ldots + 50)$$

$$= 51x + \frac{50 \cdot 51}{2} = 51x + 25 \cdot 51 = -51,$$

одакле је $x + 25 = -1$ и $x = -26$. Тражени бројеви су

$$-26, -25, -24, \ldots, 0, 1, \ldots, 24$$ (**20 бодова**).

Друго решење: Означимо средњи од тражених бројева са x. Тада је:

$$(x-25) + \ldots + (x-1) + x + (x+1) + \ldots + (x+25) = 51x = -51,$$

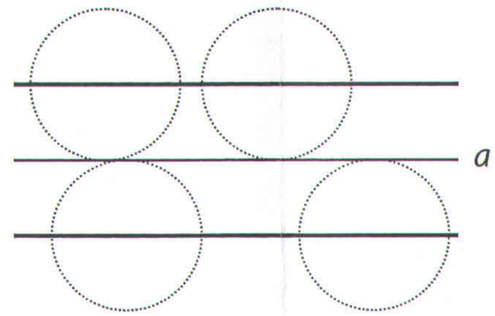
па је $x = -1$. Тражени бројеви су: $-26, -25, \ldots, 0, 1, \ldots, 24$ (**20 бодова**).

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА – V РАЗЕД

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1. (**МЛ 48/2**) Углови $\alpha = 2x$ и $x + 17°$ су једнаки (унакрсни углови), па је $2x = x + x = x + 17°$, одакле је $x = 17°$ (**10 бодова**). Дакле, $\alpha = 34°$ (**5 бодова**) и $\beta = 180° - 34° = 146°$ (**5 бодова**).

2. (**МЛ 46/1**) Центри свих кружница налазе се на удаљености од 2cm од праве a па ће се налазити на правим које су паралелне правој a и на удаљености 2cm од ње (за сваку тачно одређену праву по **10 бодова**).



3. Бројеви друге стотине дељиви са 13 су 104, 117, 130, 143, 156, 169, 182 и 195. Дељењем са 13 добијају се количници 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 и 15. Они су једнаки збиру цифара дељеника за бројеве 117, 156 и 195 (за један тачан број **6 бодова**, за два тачна броја **12 бодова**, за сва три броја **20 бодова**). (Ако ученик поред неког тачног решења запише и нетачна решења, за свако нетачно решење одузети 5 бодова.)

4. (**МЛ 46/1**) Има их једнако. Сваком подскупу од два елемента одговара тачно један подскуп од три елемента па закључујемо да има једнако подскупова са два и подскупова са три елемента (**20 бодова**). (Бодовати максималним бројем бодова ако ученик тачно запише скупове и изведе закључак.)

5. Површина добијеног тела једнака је површини дате коцке, дакле $6 \cdot 3\text{cm} \cdot 3\text{cm} = 54\text{cm}^2$ (**10 бодова**). Запремина је једнака $3\text{cm} \cdot 3\text{cm} \cdot 3\text{cm} - 8 \cdot 1\text{cm}^3 = 19\text{cm}^3$ (**10 бодова**).

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА – VII РАЗЕД

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1. (**МЛ 47/5**) $a = -1$ (**5 бодова**), $b = 3$ (**5 бодова**), $c = -10$ (**5 бодова**). $a - b + c = -14$ (**5 бодова**).

2. Нека је E подножје висине из темена C једнакокраког трапеза $ABCD$ чије су основице $AB = a$ и $CD = b$. Тада из правоуглог троугла AEC добијамо да је $AE = 20\text{cm}$ (**5 бодова**). Како је $AE = AB - BE = a - \left(\frac{a-b}{2}\right) = \frac{a+b}{2}$, а средња линија $m = \frac{a+b}{2}$, то је и $m = 20\text{cm}$ (**15 бодова**).

3. (**МЛ 48/1**) Троугао BCD је једнакокрако-правоугли па је $BD = CD$. Применом Питагорине теореме на овај троугао добијамо да је $DC = 4$ (**2 бода**). Троугао ABD је правоугли. Како је угао између хипотенузе и катете $60°$ то је $AD = \frac{BD}{2} = 2$ (**4 бода**). Применом Питагорине теореме на троугао ABD израчунавамо да је $AB = 2\sqrt{3}$ (**4 бода**). Обим четвороугла је $2\sqrt{3} + 4\sqrt{2} + 6$ (**5 бодова**). Површина четвороугла једнака је збиру површина троуглова ABD и BCD: $\frac{BD \cdot CD}{2} + \frac{AB \cdot AD}{2} = 8 + 2\sqrt{3}$ (**5 бодова**).

4. (**МЛ 48/2**) Обележимо са a, b, c, d, e, f, g бројеве које је Милан записао поред темена седмоугла. По услову задатка тада важи

$$a + b = 1, b + c = 2, c + d = 3, d + e = 4, e + f = 5, f + g = 6, g + a = 7 \qquad (*)$$

Саберемо све ове једначине и добијамо

$$a + b + b + c + c + d + d + e + e + f + f + g + g + a = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7$$

односно, $2(a + b + c + d + e + f + g) = 28$ и $a + b + c + d + e + f + g = 14$. Даље, у последњој једначини заменимо $a + b$, $c + d$, $e + f$ редом са 1, 3 и 5 (једначине из (*)) па је $1 + 3 + 5 + g = 14$ и $g = 5$. Заменимо $g = 5$ у последњој једначини (*) и $a = 2$. Даље из прве од тих једначина је $b = -1$, из следеће је $c = 3$, па $d = 0$, $e = 4$, $f = 1$. Дакле, Милан је поред темена седмоугла записао бројеве $2, -1, 3, 0, 4, 1, 5$ (**20 бодова**).

5. Број 1000 при дељењу са 72 даје количник 13 и остатак 64, дакле недостаје му 8 да би био дељив са 72. Зато је најмањи четвороцифрени број дељив са 72 једнак 1008. Додајући по 72 закључујемо да је најмањи тражени број 1296 (**20 бодова**). (Признати пун број бодова за тачно наведене бројеве добијене на било који начин.)

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА
VIII РАЗЕД

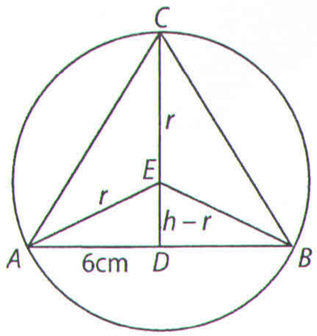
Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1. (**МЛ 46/1**) С обзиром да је $5 < 2\sqrt{7}$ то је:

$$\sqrt{28} - \sqrt{(5-2\sqrt{7})^2} = \sqrt{4 \cdot 7} - |5 - 2\sqrt{7}| = 2\sqrt{7} - (2\sqrt{7} - 5) = 2\sqrt{7} - 2\sqrt{7} + 5 = 5.$$

Дакле, дати број је рационалан (**20 бодова**).

2. (**МЛ 46/1**) У правоуглом троуглу ADC, применом Питагорине теореме, можемо одредити висину троугла ABC: $DC^2 = AC^2 - AD^2$, $DC = 8\text{cm}$ (**5 бодова**). У правоуглом троуглу ADE хипотенуза је једнака полупречнику описане кружнице (r). Катета овог троугла једнака је $8 - r$. Применом Питагорине теореме на овај троугао имамо $r^2 = (8 - r)^2 + 6^2$ (**5 бодова**), одакле израчунавамо $r = 6{,}25\text{cm}$ (**10 бодова**).



3. (**МЛ 46/1**) Један зелени папагај за 4 дана поједе 12 грама семенки, а за 1 дан 3 грама. Један црвени папагај за 3 дана поједе 12 грама семенки, а за 1 дан 4 грама. За један дан 2 зелена и 4 црвена папагаја поједу $2 \cdot 3 + 4 \cdot 4 = 22$ грама семенки. Дакле, са 88 грама семенки могу да се хране $88 : 22 = 4$ дана (**20 бодова**).

4. $x = 201{,}3$ (**20 бодова**).

5. Нека су a и b странице правоугаоника. Тада је $a^2 + b^2 = 49$, $ab = 12$ (**5 бодова**), одакле је $(a + b)^2 = 49 + 2 \cdot 12 = 73$. Зато је $a + b = \sqrt{73}$ (**10 бодова**), па је обим правоугаоника $2(a + b) = 2\sqrt{73}\text{cm}$ (**5 бодова**).